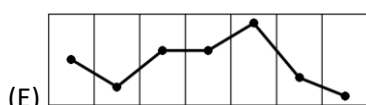
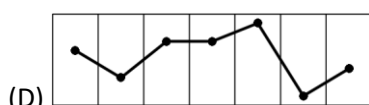
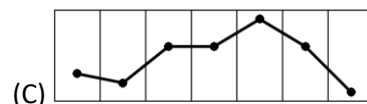
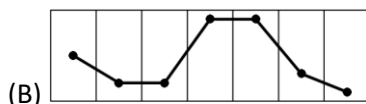
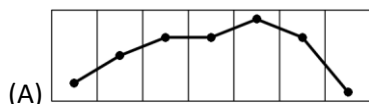


Problemas de 3 pontos

1. Paula está na Europa e consulta a previsão do tempo e temperaturas máximas no aplicativo do seu celular para os próximos 7 dias. Qual dos gráficos a seguir representa os máximos de temperatura diária para essa previsão?

-1 °C	-4 °C	0 °C	0 °C	3 °C	-3 °C	-5 °C
Fri	Sat	Sun	Mon	Tue	Wed	Thu



2. Quantos números inteiros existem no intervalo $(20 - \sqrt{21}; 20 + \sqrt{21})$?

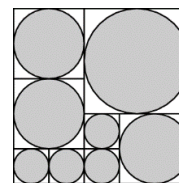
- (A) 9 (B) 10 (C) 11 (D) 12 (E) 13

3. Um cubo de lado 1 foi cortado em dois blocos retangulares iguais. Qual é a área da superfície de cada um desses blocos?

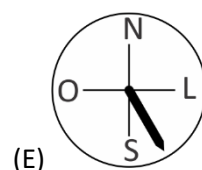
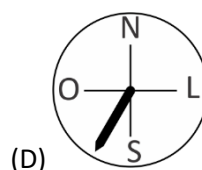
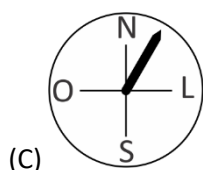
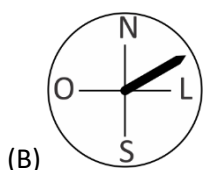
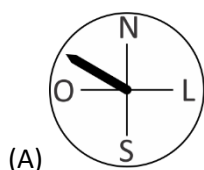
- (A) $\frac{3}{2}$ (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

4. Um quadrado foi dividido em quadrados menores, conforme a figura. Um círculo cinza foi inscrito em cada um desses quadrados menores. Que parte da área do quadrado foi sombreada?

- (A) $\frac{8\pi}{9}$ (B) $\frac{13\pi}{16}$ (C) $\frac{3}{\pi}$ (D) $\frac{3}{4}$ (E) $\frac{\pi}{4}$



5. Depois da tempestade ontem à noite, o mastro da bandeira apareceu inclinado. Olhando a partir do Noroeste, sua ponta aparece à direita do seu pé. Olhando a partir do Leste, sua ponta também está à direita do seu pé. Em qual direção o mastro pode estar inclinado?



6. Uma folha retangular de papel tem comprimento x e largura y , sendo $x > y$. A folha pode ser dobrada de modo a formar a superfície lateral de um cilindro de duas maneiras diferentes. Qual é a razão entre o volume do cilindro mais longo e o volume do cilindro mais curto?

- (A) $y^2 : x^2$ (B) $y : x$ (C) $1 : 1$ (D) $x : y$ (E) $x^2 : y^2$

7. Seja $x = \frac{\pi}{4}$. Qual dos números a seguir é o maior?

- (A) x^4 (B) x^2 (C) x (D) $\sqrt{x}$ (E) $\sqrt[4]{x}$

8. Quantos números de 3 algarismos têm apenas os algarismos 1, 3 e 5, repetidos ou não, e são divisíveis por 5?

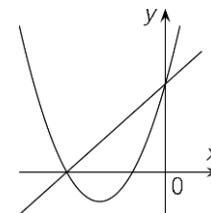
- (A) 3 (B) 6 (C) 9 (D) 18 (E) 27

9. Qual é a área do triângulo cujos vértices têm coordenadas (p, q) , $(3p, q)$ e $(2p, 3q)$, sendo $p, q > 0$?

- (A) $\frac{pq}{2}$ (B) pq (C) $2pq$ (D) $3pq$ (E) $4pq$

10. A parábola na figura tem a equação da forma $y = ax^2 + bx + c$ para alguns números reais distintos a, b e c . Qual das equações a seguir poderia ser uma equação para a reta da figura?

- (A) $y = bx + c$ (B) $y = cx + b$ (C) $y = ax + b$ (D) $y = ax + c$ (E) $y = cx + a$



Problemas de 4 pontos

11. Que fração da quantidade total de divisores de $7!$ é constituída de divisores ímpares?

- (A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{1}{4}$ (D) $\frac{1}{5}$ (E) $\frac{1}{6}$

12. Se $A =]0, 1[\cup]2, 3[$ e $B =]1, 2[\cup]3, 4[$, qual é o conjunto de todos os números da forma $a + b$ para $a \in A$ e $b \in B$?

- (A) $]1, 7[$ (B) $]1, 5[\cup]5, 7[$ (C) $]1, 3[\cup]3, 7[$ (D) $]1, 3[\cup]3, 5[\cup]5, 7[$ (E) $\emptyset$

13. Quantos números naturais de 3 algarismos são tais que, ao serem escritos na ordem inversa, o número resultante de 3 algarismos excede em 99 o número original?

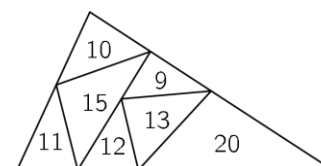
- (A) 8 (B) 64 (C) 72 (D) 80 (E) 81

14. Os primeiros 1000 números inteiros positivos são escritos em fila, numa certa ordem, e todas as somas de 3 inteiros vizinhos quaisquer da fila são calculadas. Qual é o maior número possível de somas ímpares que podem ser obtidas?

- (A) 997 (B) 996 (C) 995 (D) 994 (E) 993

15. Um triângulo foi dividido em vários triângulos menores, conforme a figura. Os números internos a cada um dos triângulos indicam os perímetros desses triângulos. Qual é o perímetro do triângulo que foi dividido?

- (A) 30 (B) 31 (C) 34 (D) 39 (E) 41



16. Uma lista infinita de números tem a seguinte propriedade: para todo inteiro n maior do que 0, a média aritmética dos n primeiros termos é n . Quantos desses termos são menores do que 2021?

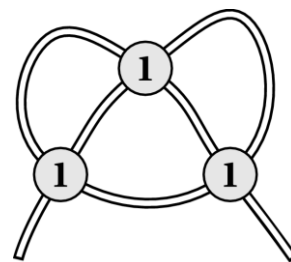
- (A) 44 (B) 504 (C) 1010 (D) 1427 (E) 2018

17. No quadriculado 5×5 ao lado, a soma dos números de cada linha e cada coluna é sempre a mesma. Há um número em cada casa e alguns deles não aparecem. Qual é o número que deve aparecer na casa com o ponto de interrogação?

- (A) 8 (B) 10 (C) 12 (D) 18 (E) 23

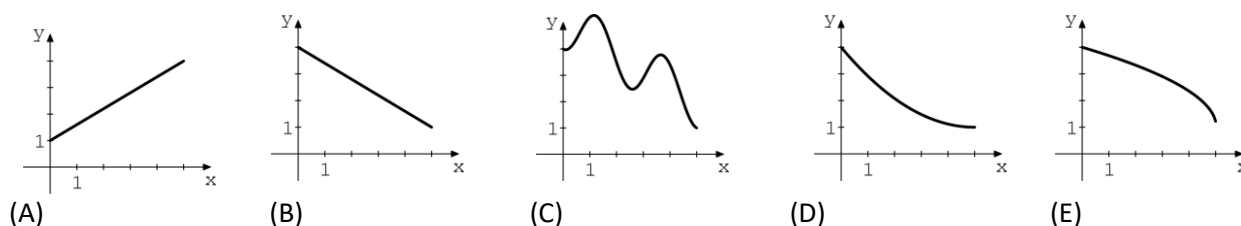
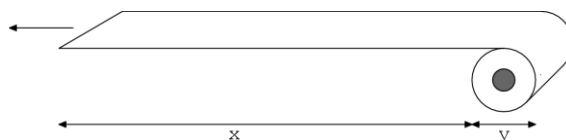
	16		22	
20		21		2
	25		1	
24		5		6
	4		?	

18. Um barbante repousa sobre uma mesa e está parcialmente coberto por 3 moedas, conforme indicado na figura ao lado. Sob cada moeda, o barbante se cruza dessa maneira  ou desta outra maneira . Qual é a probabilidade de o barbante formar um nó quando suas extremidades forem puxadas?

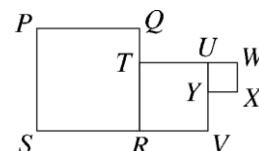


- (A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{1}{4}$ (C) $\frac{1}{8}$ (D) $\frac{3}{4}$ (E) $\frac{3}{8}$

19. Um cachorrinho travesso agarra a ponta de um papel higiênico e sai andando com velocidade constante. Qual dos gráficos a seguir representa melhor o diâmetro y do rolo como função do comprimento x da folha desenrolada?



20. Na figura ao lado, os quadrados $PQRS$, $TUVR$ e $UWXY$ são colocados em contato, lado a lado. Os pontos P , T e X estão sobre uma mesma reta. A área do quadrado $PQRS$ é 36 e a do quadrado $TUVR$ é 16. Qual é área do triângulo PXV ?

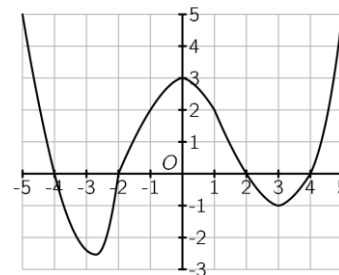


- (A) $\frac{44}{3}$ (B) $\frac{46}{3}$ (C) 16 (D) $\frac{53}{3}$ (E) 18

Problemas de 5 pontos

21. Ao lado temos o gráfico da função $f: [-5, 5] \rightarrow \mathbb{R}$. Quantas soluções distintas tem a equação $f(f(x)) = 0$?

- (A) 2 (B) 4 (C) 6 (D) 7 (E) 8



22. Os números 1, 2, 7, 9, 10, 15 e 19 foram escritos no quadro-negro. Dois meninos apagaram alternadamente um número de cada vez até sobrar somente um número no quadro. A soma dos números apagados por um dos meninos era o dobro da soma dos números apagados pelo outro menino. Qual foi o número que sobrou?

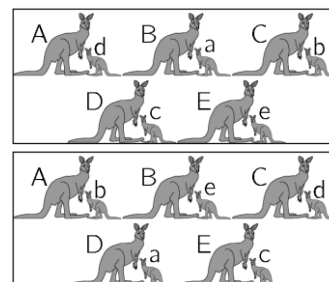
- (A) 7 (B) 9 (C) 10 (D) 15 (E) 19

23. A função f é tal que $f(x+y) = f(x) \cdot f(y)$ e $f(1) = 2$. Qual é o valor de $\frac{f(2)}{f(1)} + \frac{f(3)}{f(2)} + \dots + \frac{f(2021)}{f(2020)}$?

- (A) 0 (B) $\frac{1}{2}$ (C) 2 (D) 2020 (E) nenhum dos anteriores

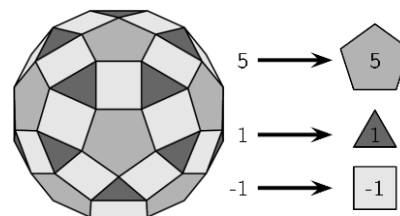
24. As mães cangurus **A, B, C, D, E** têm um filhotinho cada uma. Esses filhotinhos são **a, b, c, d, e**, não necessariamente nesta ordem. Na foto de cima, vemos exatamente 2 filhotes que estão com suas mães. Na foto de baixo, exatamente 3 filhotes estão com suas mães. Quem é a mãe do filhotinho **a**?

- (A) A (B) B (C) C (D) D (E) E



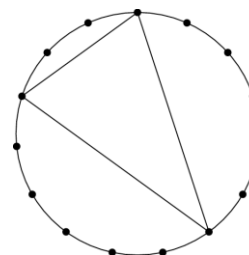
25. O sólido mostrado na figura tem 12 faces pentagonais regulares; as demais faces são triângulos equiláteros ou quadrados. Cada face pentagonal é cercada por 5 quadrados e cada face triangular é cercada por 3 quadrados. João escreveu o número 1 em cada face triangular, 5 em cada face pentagonal e -1 em cada quadrado. Qual é a soma de todos os números escritos nas faces do sólido?

- (A) 20 (B) 50 (C) 60 (D) 80 (E) 120



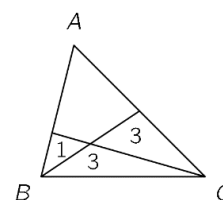
26. Na figura, o círculo tem 15 pontos igualmente espaçados. Podemos desenhar triângulos juntando 3 quaisquer desses pontos. Triângulos congruentes, seja por rotação ou reflexão, são contados como sendo um só triângulo. Quantos triângulos diferentes podem ser desenhados?

- (A) 19 (B) 23 (C) 46 (D) 91 (E) 455



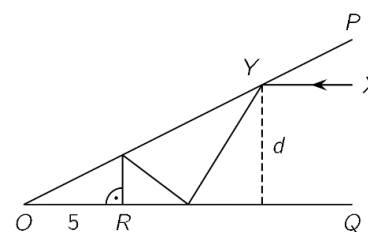
27. Um triângulo ABC é dividido em 4 partes por dois segmentos de reta, conforme mostrado. As áreas dos triângulos menores são 1, 3 e 3. Qual é a área do triângulo ABC ?

- (A) 12 (B) 12,5 (C) 13 (D) 13,5 (E) 14



28. Dois espelhos planos OP e OQ formam um ângulo agudo, conforme mostra a figura, que não está em escala. Um raio de luz XY , paralelo a OQ , atinge o espelho OP no ponto Y . O raio é refletido e atinge o espelho OQ , sendo refletido de volta para OP e novamente refletido para o espelho OQ , fazendo com este um ângulo reto no ponto R . Se $OR = 5$ cm, qual é a distância d do raio XY ao espelho OQ ?

- (A) 4 cm (B) 4,5 cm (C) 5 cm (D) 5,5 cm (E) 6 cm



29. Seja $M(k)$ o valor máximo de $|4x^2 - 4x + k|$ para x no intervalo $[-1, 1]$, onde k é um número real qualquer. Qual é o valor mínimo de $M(k)$?

- (A) 4 (B) $\frac{9}{2}$ (C) 5 (D) $\frac{11}{2}$ (E) 8

30. Um certo jogo tem um vencedor quando este atinge 3 pontos à frente do oponente. 2 jogadores A e B estão jogando e, num determinado momento, A está 1 ponto à frente de B. Os jogadores têm probabilidades iguais de obter 1 ponto. Qual é a probabilidade de A vencer o jogo?

- (A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{2}{3}$ (C) $\frac{3}{4}$ (D) $\frac{4}{5}$ (E) $\frac{5}{6}$