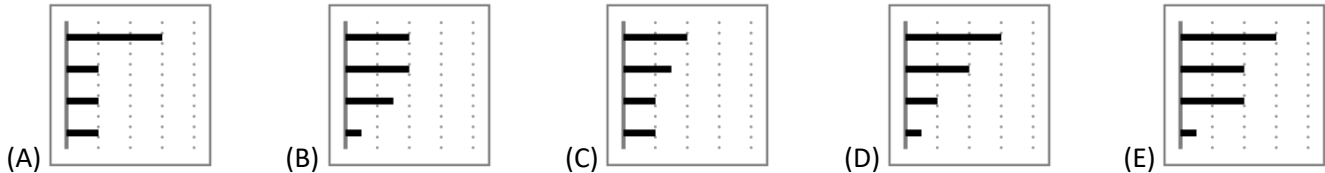
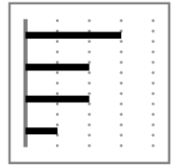


KSF 2022 - Prova Nível S

Problemas de 3 pontos

1. O gráfico ao lado, no celular de Henrique, indica quanto tempo ele gastou na semana passada com seus aplicativos. As barras, que representam o tempo gasto nos aplicativos, podem mudar de posição no gráfico. Nesta semana, ele reduziu pela metade o uso de dois aplicativos, mas continuou usando os outros dois da mesma forma. Qual dos gráficos abaixo **NÃO** pode ser o desta semana?



2. Quantos números inteiros positivos de três dígitos são divisíveis por 13?

- (A) 68 (B) 69 (C) 70 (D) 76 (E) 77

3. Beatriz é mais velha do que Carlos e mais nova do que Liliana. Telmo é mais velho do que Beatriz. Quais das duas pessoas a seguir podem ter a mesma idade?

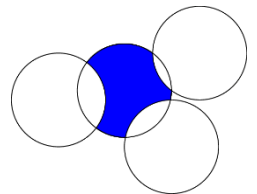
- (A) Carlos e Telmo (B) Telmo e Liliana (C) Liliana e Carlos (D) Beatriz e Liliana (E) Telmo e Beatriz

4. O produto dos 10 dígitos de um número inteiro é 15. Qual é a soma dos dígitos desse número?

- (A) 8 (B) 12 (C) 15 (D) 16 (E) 20

5. A figura ao lado é formada por quatro círculos, de raio unitário, que se intersectam. Qual é o perímetro da região escura dessa figura?

- (A) π (B) $\frac{\pi}{3}$ (C) $\frac{3\pi}{2}$ (D) 2π (E) um número entre $\frac{3\pi}{2}$ e 2π



6. Davi escreve, em ordem crescente, todos os inteiros de 2 a 2022 formados somente com os algarismos 0 e 2. Qual é o número que está no meio da lista de Davi?

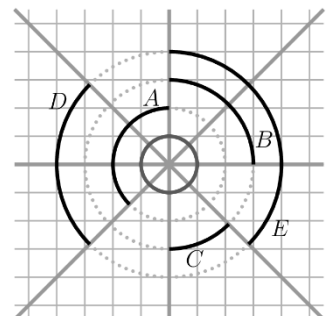
- (A) 200 (B) 220 (C) 222 (D) 2000 (E) 2002

7. Quantas soluções reais tem a equação $(x-2)^2 + (x+2)^2 = 0$?

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

8. Na figura, quatro retas se intersectam num ponto formando oito ângulos iguais. Qual arco (linha preta) tem o mesmo comprimento que a circunferência menor?

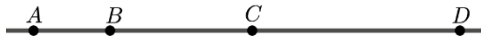
- (A) A (B) B (C) C (D) D (E) E



9. Sejam a, b, c números reais não nulos. Os números $-2a^4b^3c^2$ e $3a^3b^5c^{-4}$ têm o mesmo sinal. Qual das desigualdades a seguir é sempre verdadeira?

- (A) $ab > 0$ (B) $b < 0$ (C) $c > 0$ (D) $bc > 0$ (E) $a < 0$

10. Miguel marcou os pontos A, B, C e D , nessa ordem, numa reta, conforme a figura. A distância entre A e C é 12 cm e a distância entre B e D é 18 cm.

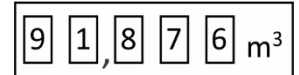


Qual é a distância entre o ponto médio do segmento AB e o ponto médio do segmento CD ?

- (A) 15 cm (B) 12 cm (C) 18 cm (D) 6 cm (E) 9 cm

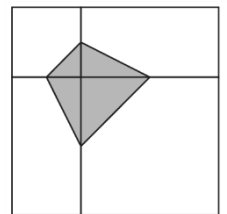
Problemas de 4 pontos

11. Tonico olhou o hidrômetro de sua casa e percebeu que todos os algarismos indicando o consumo de água eram diferentes. Quanta água será consumida até a próxima vez que o hidrômetro apresentar todos os algarismos diferentes?



- (A) 0,006 m³ (B) 0,034 m³ (C) 0,086 m³ (D) 0,137 m³ (E) 1,048 m³

12. Um quadrado grande foi dividido em dois quadrados diferentes e dois retângulos iguais, conforme a figura. Os vértices do quadrilátero cinza são pontos médios dos lados dos dois quadrados e sua área é 3. Qual é a área da parte não cinza do quadrado grande?

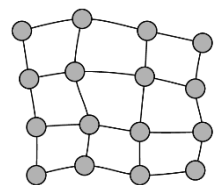


- (A) 12 (B) 15 (C) 18 (D) 21 (E) 24

13. Qual é o máximo divisor comum dos números $2^{2021} + 2^{2022}$ e $3^{2021} + 3^{2022}$?

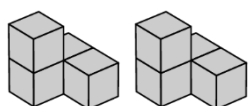
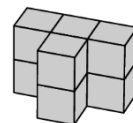
- (A) 2^{2021} (B) 1 (C) 2 (D) 6 (E) 12

14. O mapa mostra uma região com 16 cidades conectadas por rodovias. O governo planeja construir algumas usinas geradoras de energia em algumas cidades. Essas usinas produzirão eletricidade para a cidade sede e para todas as cidades conectadas à sede por uma rodovia direta. No mínimo, quantas usinas deverão ser construídas?

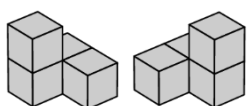


- (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7

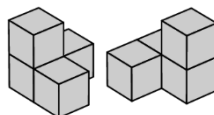
15. Qual par de peças abaixo pode ser usado para montar este bloco à direita?



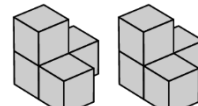
(A)



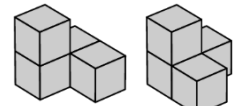
(B)



(C)



(D)

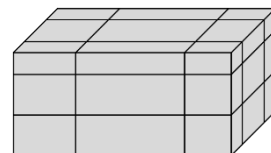


(E)

16. Cris vai participar de um torneio com 8 jogadores no total. Ela sabe que vai vencer cada um dos demais jogadores, exceto Ari, que vence todas as partidas que joga. Na primeira rodada, os jogadores são agrupados ao acaso em quatro pares e o vencedor de cada partida passa para a segunda rodada. Nesta segunda rodada, há duas partidas e os vencedores de cada partida jogam a final. Qual é a probabilidade de Cris **NÃO** chegar à final?

- (A) 1 (B) $\frac{1}{2}$ (C) $\frac{2}{7}$ (D) $\frac{3}{7}$ (E) $\frac{4}{7}$

17. Um bloco retangular de área superficial S foi cortado por seis planos conforme figura. Cada plano é paralelo a alguma face do bloco, mas a distância até a face é aleatória. Em seguida, o bloco é separado em 27 blocos menores. Qual é, em termos de S , a soma das áreas das superfícies de todos os blocos menores?



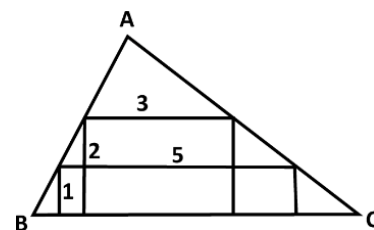
- (A) $2S$ (B) $\frac{5}{2}S$ (C) $3S$ (D) $4S$ (E) $6S$

18. A média aritmética de cinco números é 24. A média dos três números menores é 19 e a média dos três números maiores é 28. Qual é a mediana (número do meio da sequência crescente) dos cinco números?

- (A) 20 (B) 21 (C) 22 (D) 23 (E) 24

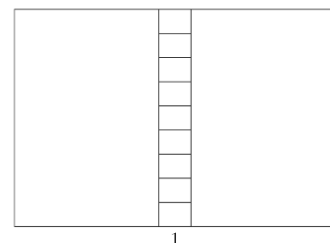
19. Dois retângulos estão inscritos no triângulo ABC . Esses retângulos têm dimensões 1×5 e 2×3 , respectivamente. Qual é a altura do triângulo ABC em relação à base BC ?

- (A) 3 (B) $\frac{7}{2}$ (C) $\frac{8}{3}$ (D) $\frac{16}{5}$ (E) 6



20. Um retângulo é dividido em 11 retângulos menores, conforme a figura à direita. Todos esses 11 retângulos são semelhantes ao retângulo original maior. A base de um dos menores retângulos é 1. Qual é o perímetro do retângulo maior?

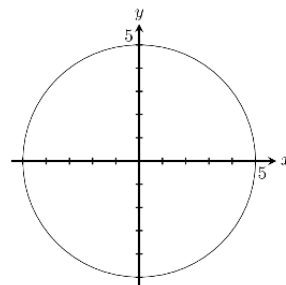
- (A) 20 (B) 24 (C) 27 (D) 30 (E) 36



Problemas de 5 pontos

21. Uma circunferência de centro $(0,0)$ tem raio 5. Quantos pontos dessa circunferência têm as duas coordenadas inteiras?

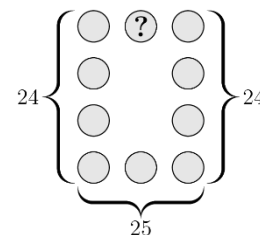
- (A) 5 (B) 8 (C) 12 (D) 16 (E) 20



22. Quantos números inteiros positivos de três algarismos são iguais a cinco vezes o produto de seus algarismos?

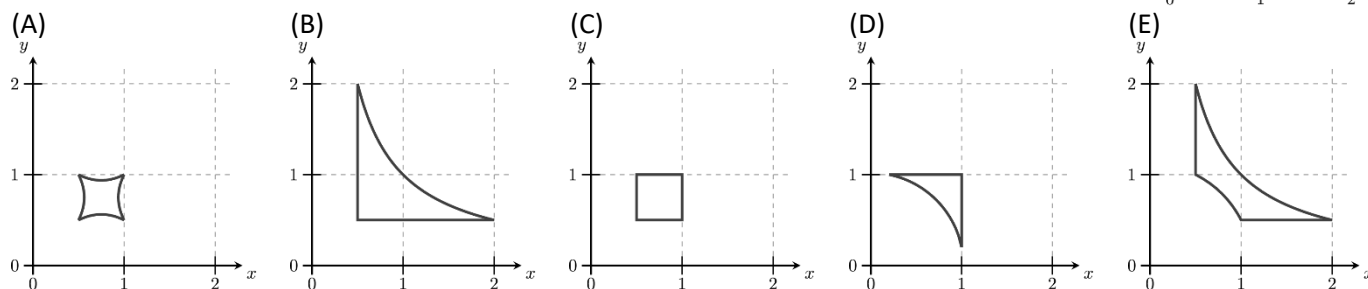
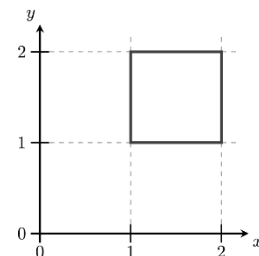
- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

23. Os números de 1 a 10 são escritos, uma vez cada um, nos círculos da figura ao lado. A soma dos números nas colunas da esquerda e da direita é a mesma, igual a 24. A soma dos números na linha de baixo é 25. Qual é o número escrito no círculo com o ponto de interrogação?



- (A) 2 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) nenhum dos anteriores

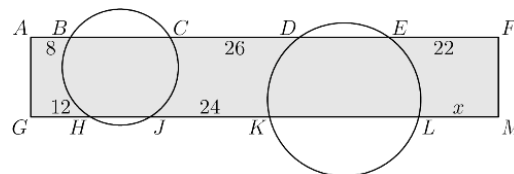
24. Um quadrado localiza-se no sistema de coordenadas cartesianas conforme o gráfico. Cada ponto (x, y) desse quadrado é levado para o ponto $\left(\frac{1}{x}, \frac{1}{y}\right)$. Qual é a figura resultante dessa transformação?



25. Os vértices de um polígono de 20 lados foram numerados de 1 a 20, de modo que os números nos vértices consecutivos diferem de 1 ou de 2. Os lados desse polígono, cujos números nos vértices diferem somente de 1, foram pintados de vermelho. Quantos lados foram pintados de vermelho?

- (A) 1 (B) 2 (C) 5 (D) 10 (E) não é possível determinar

26. Dois círculos cortam o retângulo $AFMG$, conforme a figura. Os segmentos horizontais fora dos círculos têm comprimentos $AB=8$, $CD=26$, $EF=22$, $GH=12$ e $JK=24$. Qual é o comprimento do segmento LM ?



- (A) 14 (B) 15 (C) 16 (D) 17 (E) 18

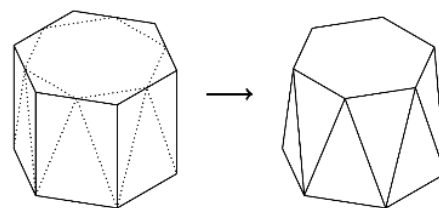
27. Se N é um número inteiro positivo, quantos números inteiros existem entre $\sqrt{N^2 + N + 1}$ e $\sqrt{9N^2 + N + 1}$?

- (A) $N+1$ (B) $2N-1$ (C) $2N$ (D) $2N+1$ (E) $3N$

28. Em uma sequência, o primeiro termo a_1 está entre 0 e 1. Para todo n , $n \geq 1$, $a_{2n} = a_2 \cdot a_n + 1$ e $a_{2n+1} = a_2 \cdot a_n - 2$. Dado que $a_7 = 2$, qual é o valor de a_2 ?

- (A) igual ao de a_1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

29. Um prisma hexagonal regular teve seus cantos superiores cortados, conforme a figura. A base superior tornou-se um hexágono regular menor e, em vez das 6 faces laterais retangulares, há agora 12 triângulos isósceles, 6 deles iguais com bases no hexágono superior e outros 6 iguais com bases no hexágono inferior. Que fração do volume foi retirada do prisma original?



- (A) $\frac{1}{12}$ (B) $\frac{1}{6}$ (C) $\frac{1}{4\sqrt{3}}$ (D) $\frac{1}{6\sqrt{2}}$ (E) $\frac{1}{6\sqrt{3}}$

30. Uma partida de futebol entre os times Pernadepau e Quebratoco foi disputada num estádio que tem uma arquibancada retangular com linhas e colunas regulares de assentos. Há 11 fãs do Pernadepau em cada linha e 14 fãs do Quebratoco em cada coluna. Há apenas 17 cadeiras vazias. Qual é o menor número possível de assentos do estádio?

- (A) 500 (B) 660 (C) 690 (D) 840 (E) 994